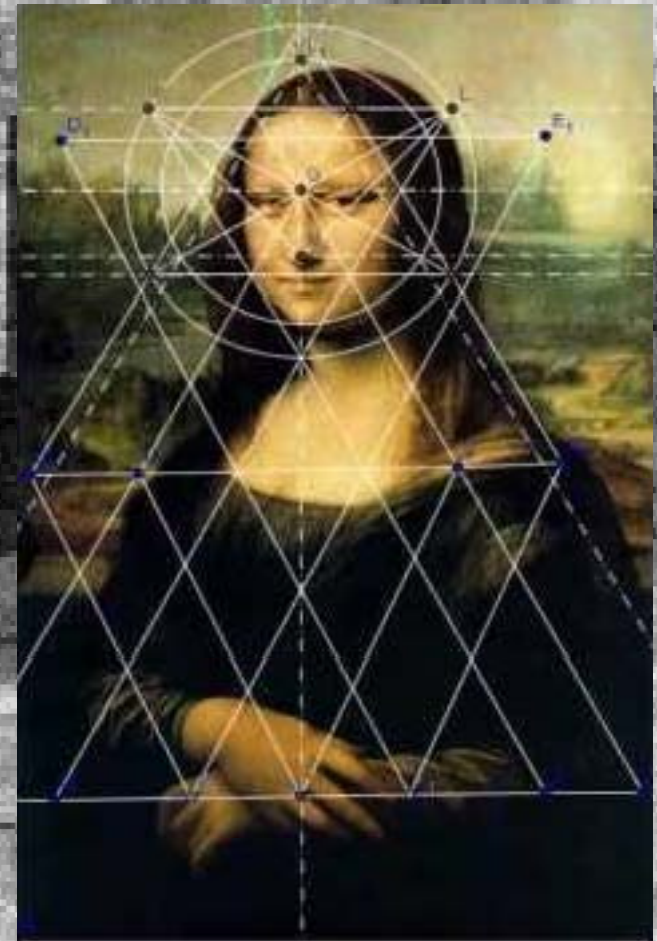
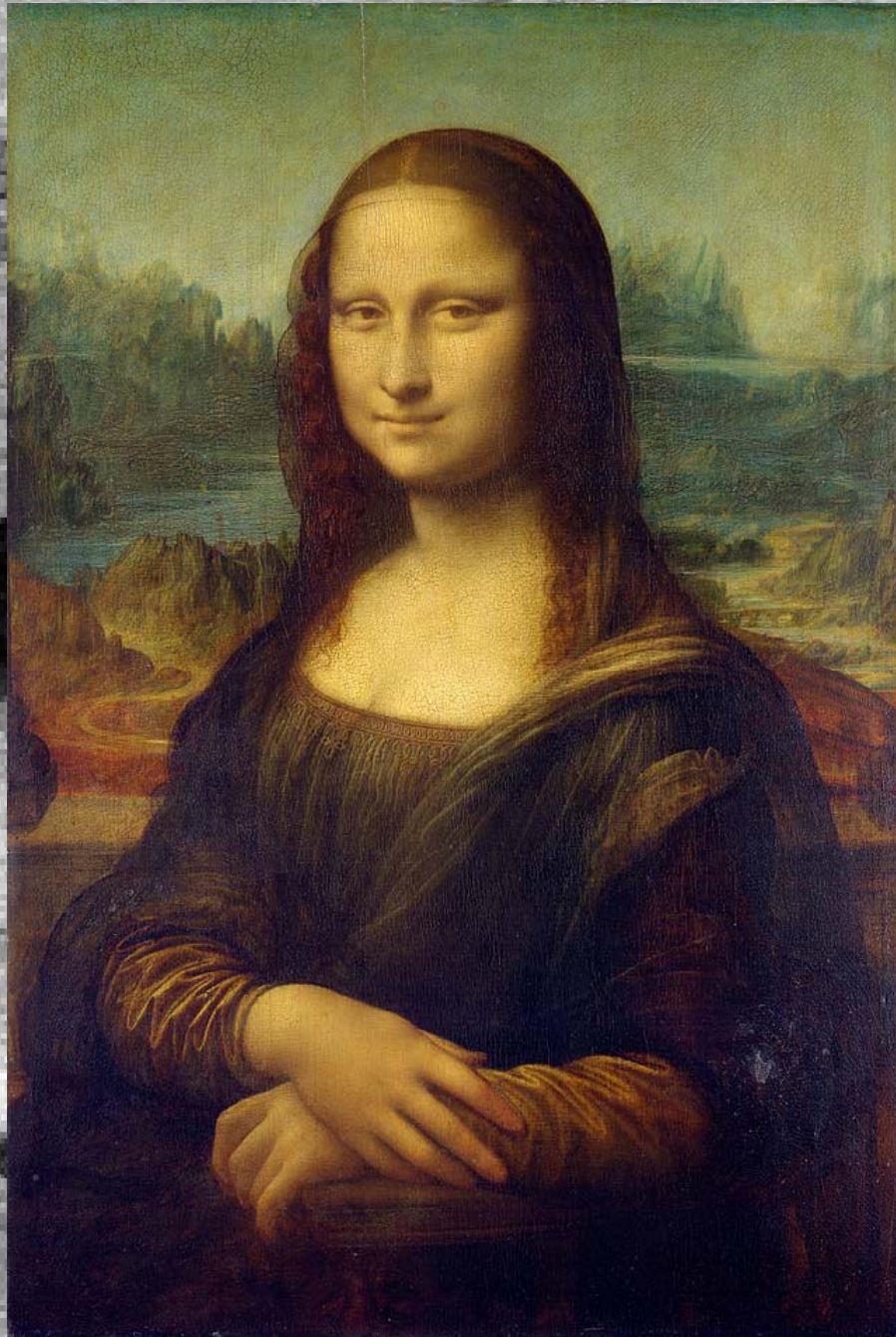
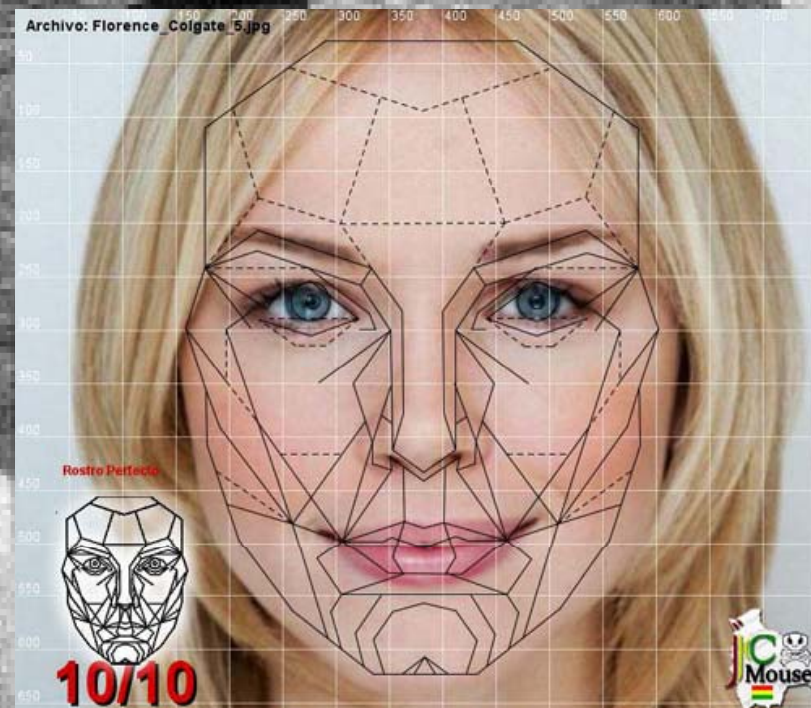




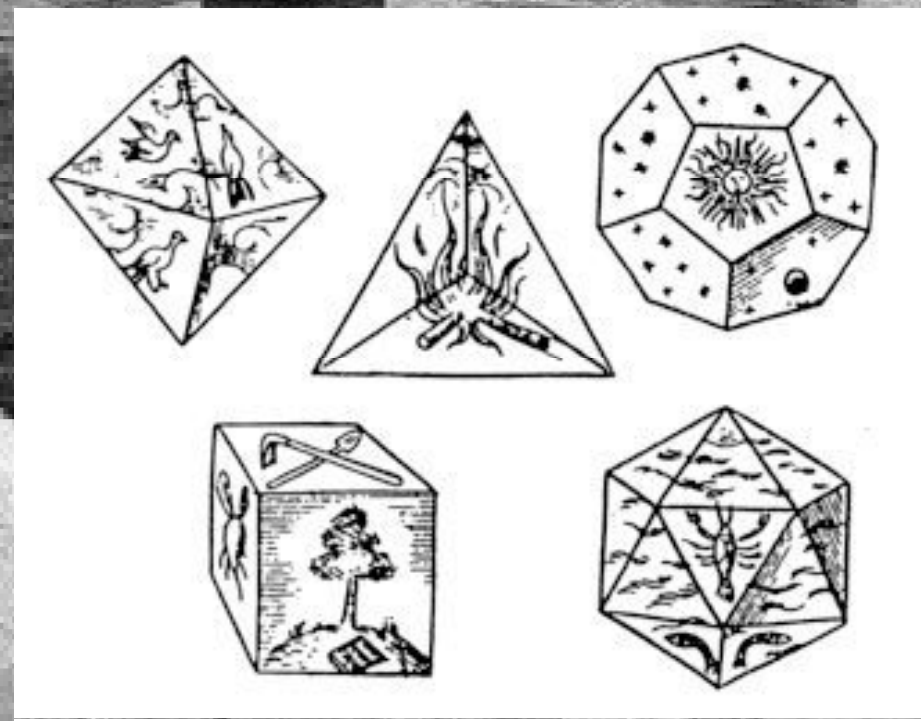
La bellesa de la simetria en els cristalls





Políedres Regulars: Sòlids Platònics

NOM	Tetràedre	Cub	Octàedre	Dodecàedre	Icosàedre
Orde del vèrtex	3	3	4	3	5
Cares	4 T	6 Q	8 T	12 P	20 T
Vèrtexs	4	8	6	20	12
Arestes	6	12	12	30	30
Àrea	$A = a^2 \sqrt{3}$	$A = 6a^2$	$A = 2a^2 \sqrt{3}$	$A = 3a^2 \sqrt{25 + 10\sqrt{5}}$	$A = 5a^2 \sqrt{3}$
Volum	$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$	$V = a^3$	$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$	$V = \frac{a^3}{4} (15 + 7\sqrt{5})$	$V = \frac{5a^3}{12} (3 + \sqrt{5})$
Angle díedre	70°31'44"	90°	109°28'16"	116°33'54"	138°11'23"



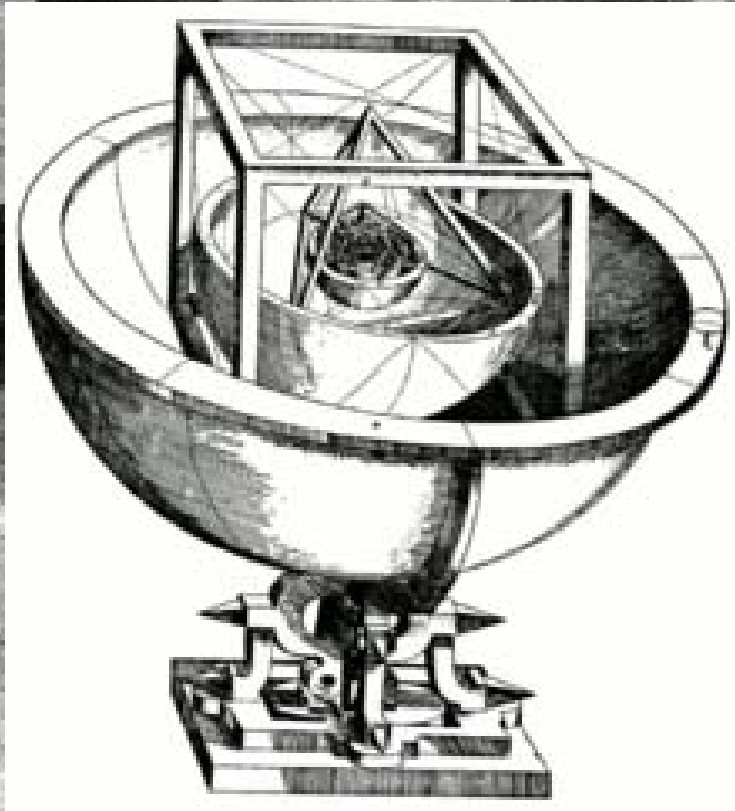
Equacio d'Euler: $C + V = A + 2$



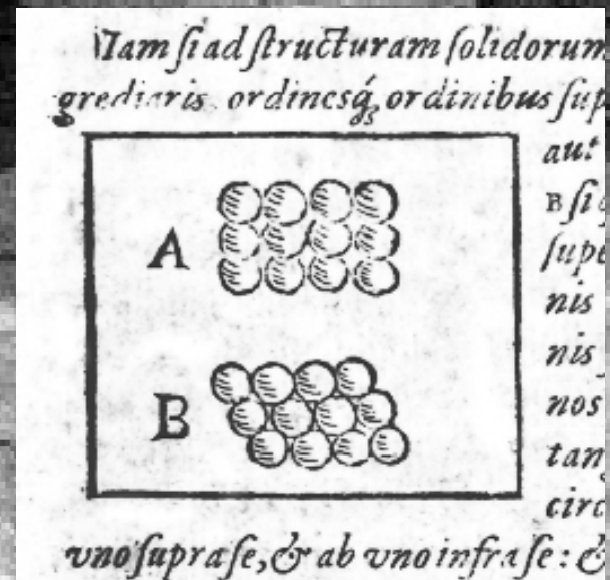
Piero della Francesca

Luca de la Pacioli-Leonardo da Vinci "De Divina Proportione" 1498

Johannes Kepler (1571-1630)



Mysterium Cosmographicum, 1600



Strena Seu de Nive Sexangula, 1611

-**Robert Hooke** (1635-1703). Desenvolupa la teoria de que els cristalls estan formats per àtoms esfèrics.

-**Robert Boyle** (1627-1691). Observa que els cristalls estan formats per partícules amb arestes.

-**Domenico Guglielmini** (1655-1710). Observa que hi ha quatre formes geomètriques per a les sals: el cub, els prismes hexagonals, el romboedre i l'octaedre.

-**Nicolaus Steno** (1638-1686). Va considerar que el fet que els angles del cristall fossin constants era un indicatiu de que el seu creixement es produïa per agregació de partícules sobre les seves cares externes.

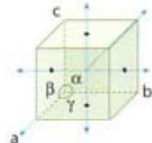
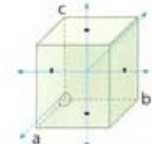
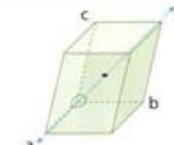
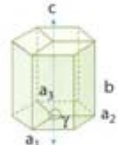
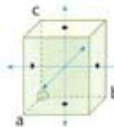
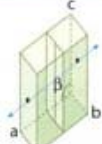
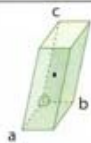
-**Jean Baptiste Louis Romé Delisle** (1736-1790). Introdueix els primers models sòlids de cristalls.

-**René Just Haüy** (1743-1822). Junt amb Romé Delisle proposa el "creixement vegetatiu" dels cristalls, (cristal·lització sensible, Rudolf Steiner)(vegetatiu en plantes indica les zones que no estan relacionades amb els òrgans sexuals). Els cristalls creixen en una determinada direcció obeint a una força de caràcter direccional.

-**Roger Boscovich** (1711-1787). Amb la seva teoria sobre l'interpenetrabilitat dels cossos rígids substitueix els àtoms per pols positius i negatius que compensen les forces d'atracció amb les de repulsió.

-**Agustin Cauchy** (1789-1857). Introdueix el concepte de grup dins la simetria cristal·logràfica.

Un **sistema cristal·lí** és cadascun dels set grups principals en què es classifiquen les formes geomètriques en les quals cristal·litzen els minerals. En cadascun dels sistemes cristal·lins hi han moltes formes possibles.

sistema	mineral	cel·la unitat	constants cristal·logràfiques	sòlid
regular o cúbic			$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
tetragonal			$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
trigonal			$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	
hexagonal			$a_1 = a_2 = a_3 \neq c$ $\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 120^\circ$	
ròmbic			$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
monoclínic			$a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$	
triclinic			$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	



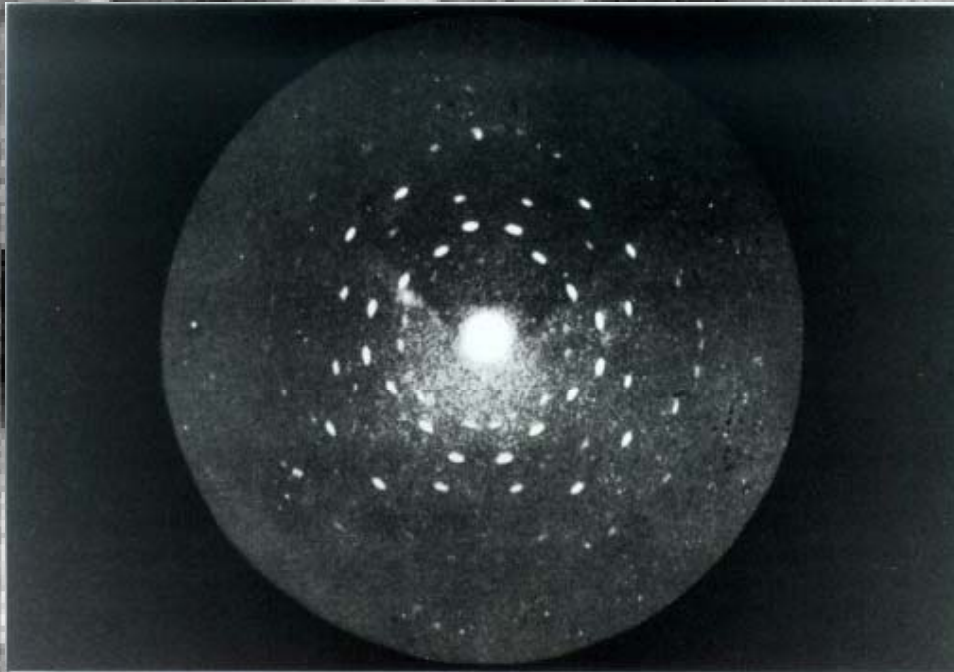
BaPt(CN)_4



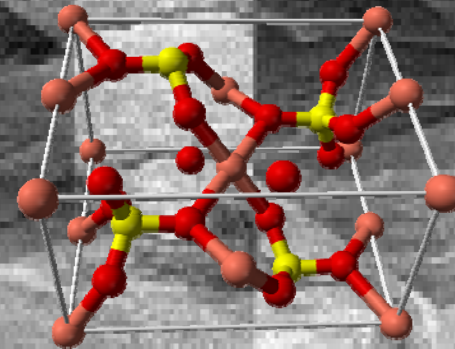
Tub de raigs catòdics

8 novembre 1895 Wilhelm Röntgen descobreix els raigs x.

Simetría externa i Simetría interna dels cristalls



Imatge de difracció original d'un cristall de sulfat de coure. Von Laue, Friedrich i Knipping, 1912.

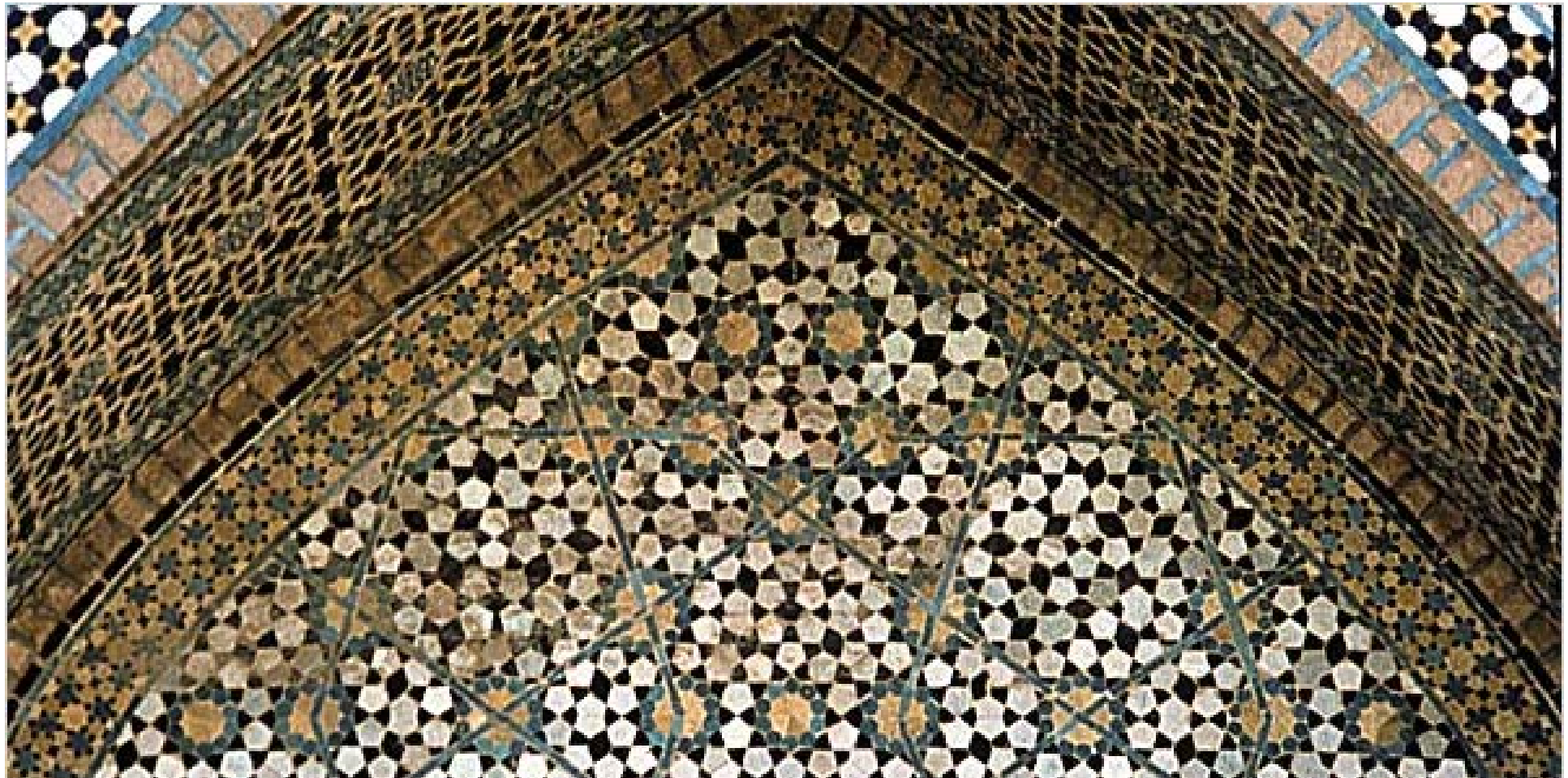


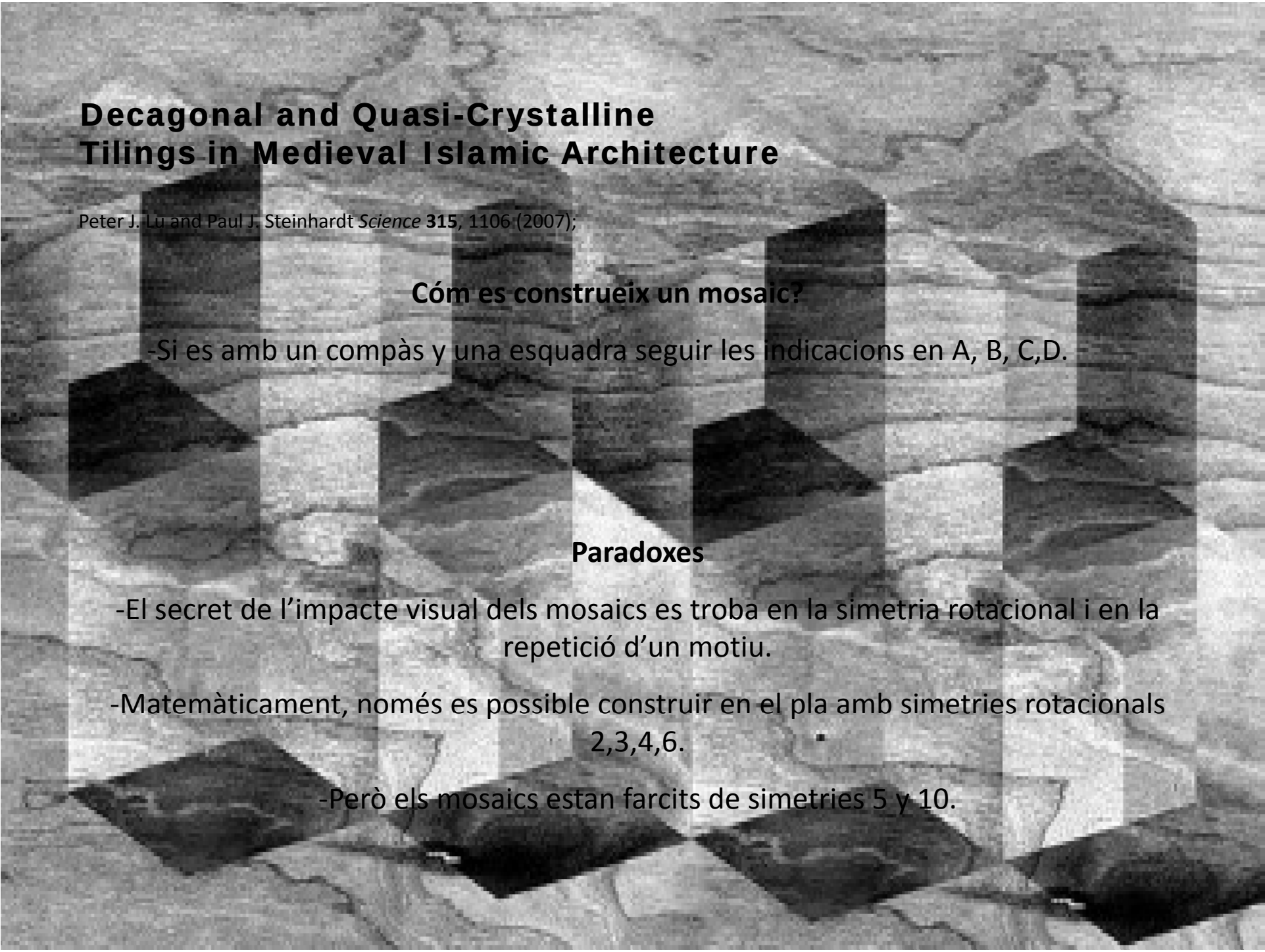
Operacions de simetria que pot tenir la xarxa d'un cristall:

- Simetries de Translació
- Rotacions respecte a un eix (2,3,4,6)
- Reflexions respecte a un pla
- Inversions respecte a un punt

i operacions compostes d'una translació seguida d'una rotació o d'una reflexió.

Classes cristal·lines (Laue *)	Xarxes cristal·lines compatibles i la seva simetria	Número de grups espacials	Simetria mínima	Restricció mètrica	Sistema cristal·lí
1 1*	P 1	2	Eix monari	cap	Triclínic
2 m 2/m*	P C (I) 2/m	13	Eix binari	$\alpha=\gamma=90$	Monoclínic
222 2mm m mm*	P C (A,B) I F mmm	59	3 eixos binaris	$\alpha=\beta=\gamma=90$	Ortoròmbic
4 4 4/m* 4mm 4222 42m 4/mmm*	P I 4/mmm	68	Eix quaternari	$a=b$ $\alpha=\beta=\gamma=90$	Tetragonal
23 m3* 432 43m m3 m*	P I F m3m	36	3 eixos binaris i 4 eixos quaternaris	$a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma=90$	Cúbic
6 6 6m* 6mm 622 62m 6/mmm*	P 6/mmm	27	Eix senari	$a=b$ $\alpha=\beta=90$ $\gamma=120$	Hexagonal
3 3* 3m 32 3m*	P 3m (R) 6/mmm	25	Eix ternari	$a=b=c$ $\alpha=\beta=\gamma$	Romboèdric o Trigonal
32 11*	14 independents	230	7		





Decagonal and Quasi-Crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture

Peter J. Lu and Paul J. Steinhardt *Science* 315, 1106 (2007);

Cóm es construeix un mosaïc?

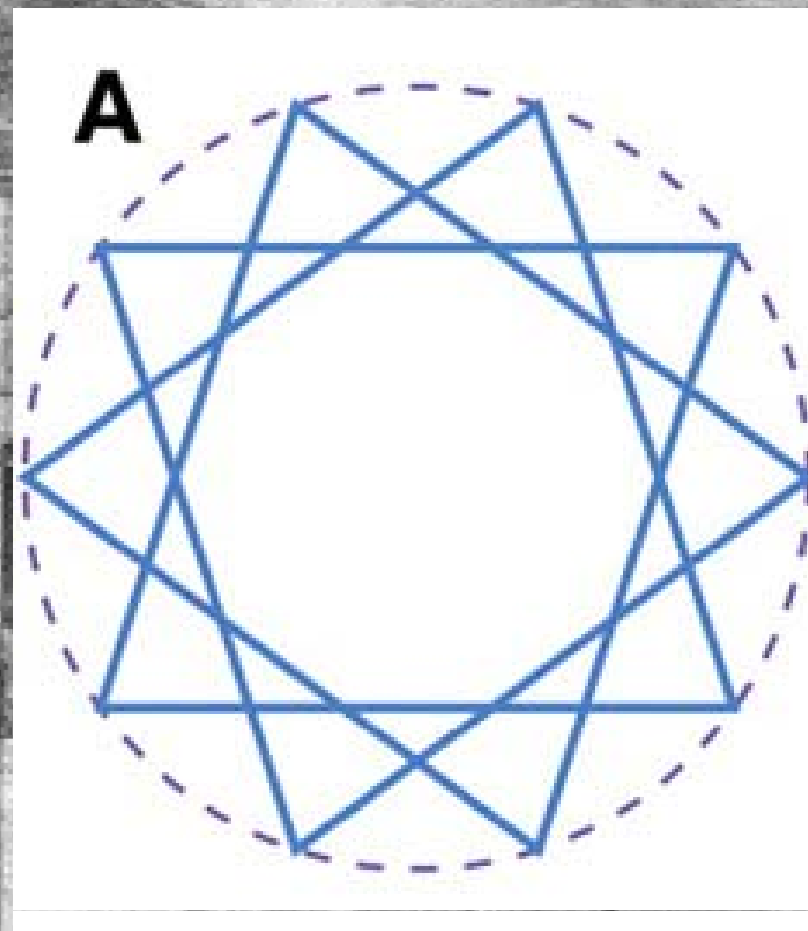
-Si es amb un compàs y una esquadra seguir les indicacions en A, B, C,D.

Paradoxes

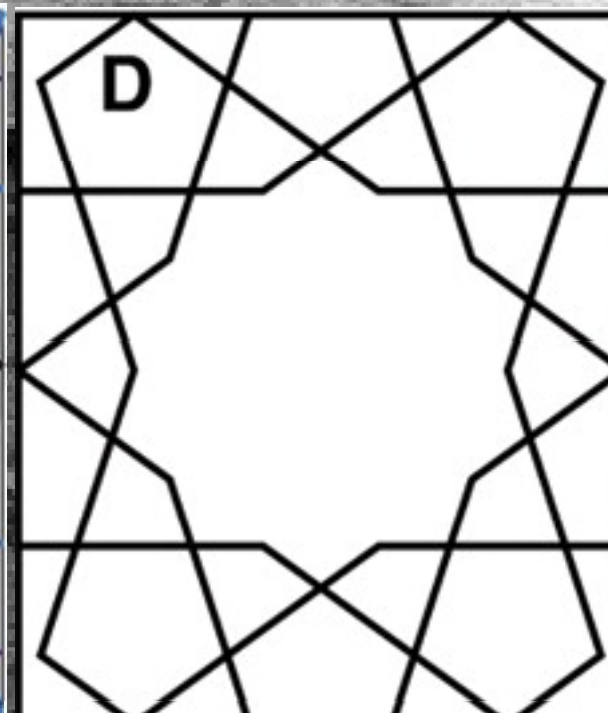
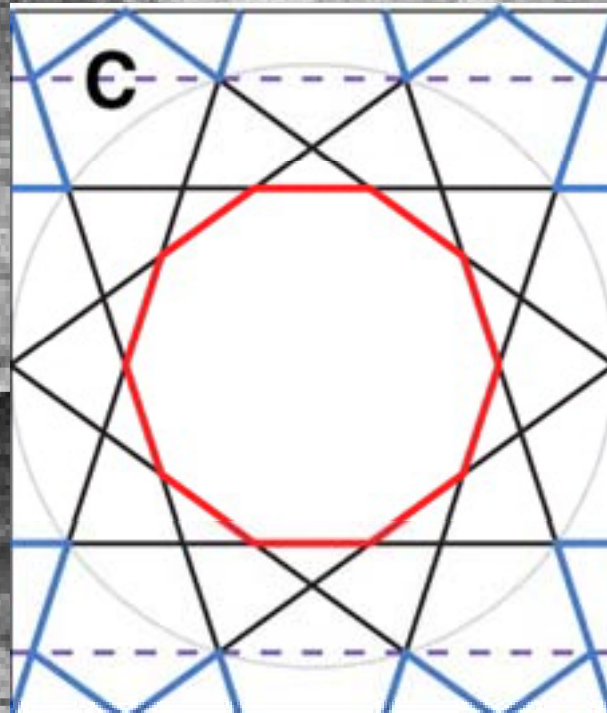
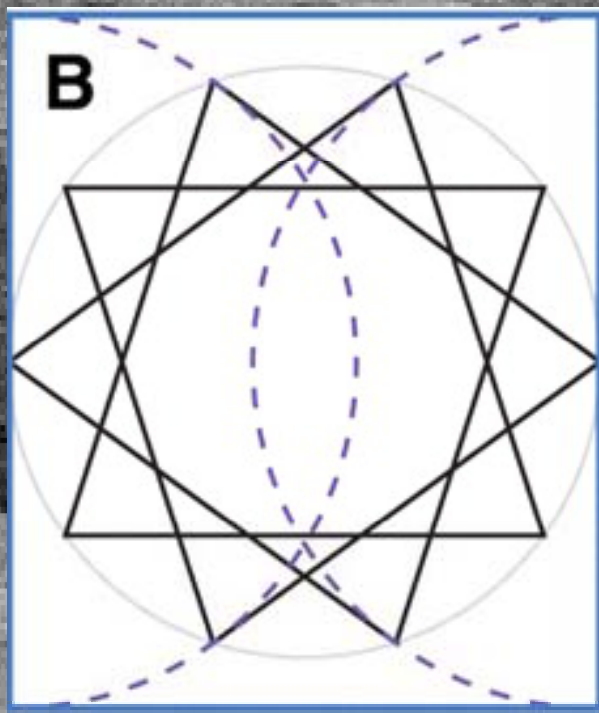
-El secret de l'impacte visual dels mosaics es troba en la simetria rotacional i en la repetició d'un motiu.

-Matemàticament, només es possible construir en el pla amb simetries rotacionals 2,3,4,6.

-Però els mosaics estan farcits de simetries 5 y 10.



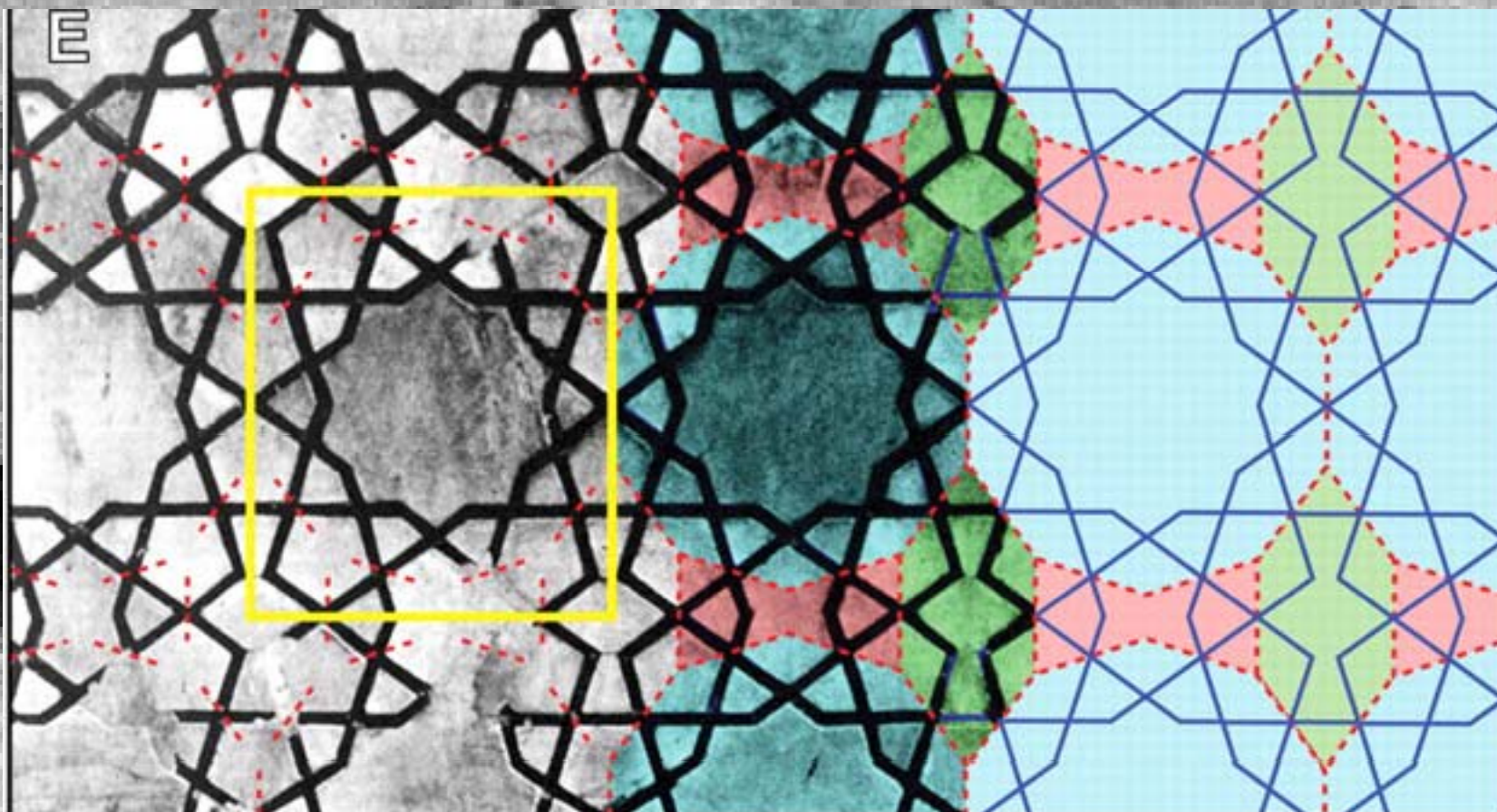
Es divideix el cercle en 10 parts iguals i es connecta un vèrtex de cada tres amb una línia directa per a crear una estrella.



La estrella s'inscriu en un rectangle en que un dels seus costats s'inscriu en un rectangle en que un dels seus costats coincideix amb el diàmetre del cercle. En cada etapa les noves línies es mostren en blau, les línies que s'han d'esborrar en vermell i les línies que serveixen per a la construcció en violeta.

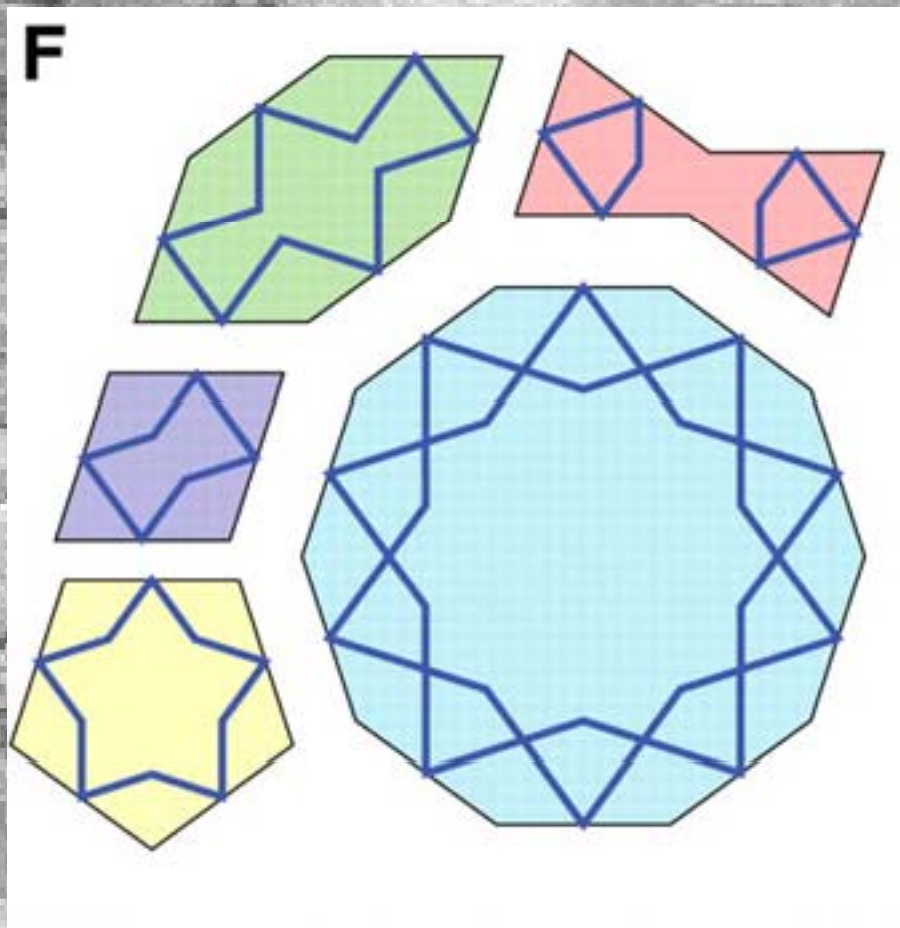


Santuari Khwaja Abdullah Ansari a Gazargah,
Herat, Afganistan (1425 - 1429 d. C.),



Mosaic del santuari Khwaja Abdullah Ansari a Gazargah, Herat, Afganistan (1425 - 1429 d. C.).

L'unitat repetitiva s'indica en groc.
El mateix patró s'obtien amb altres unitats de repetició.

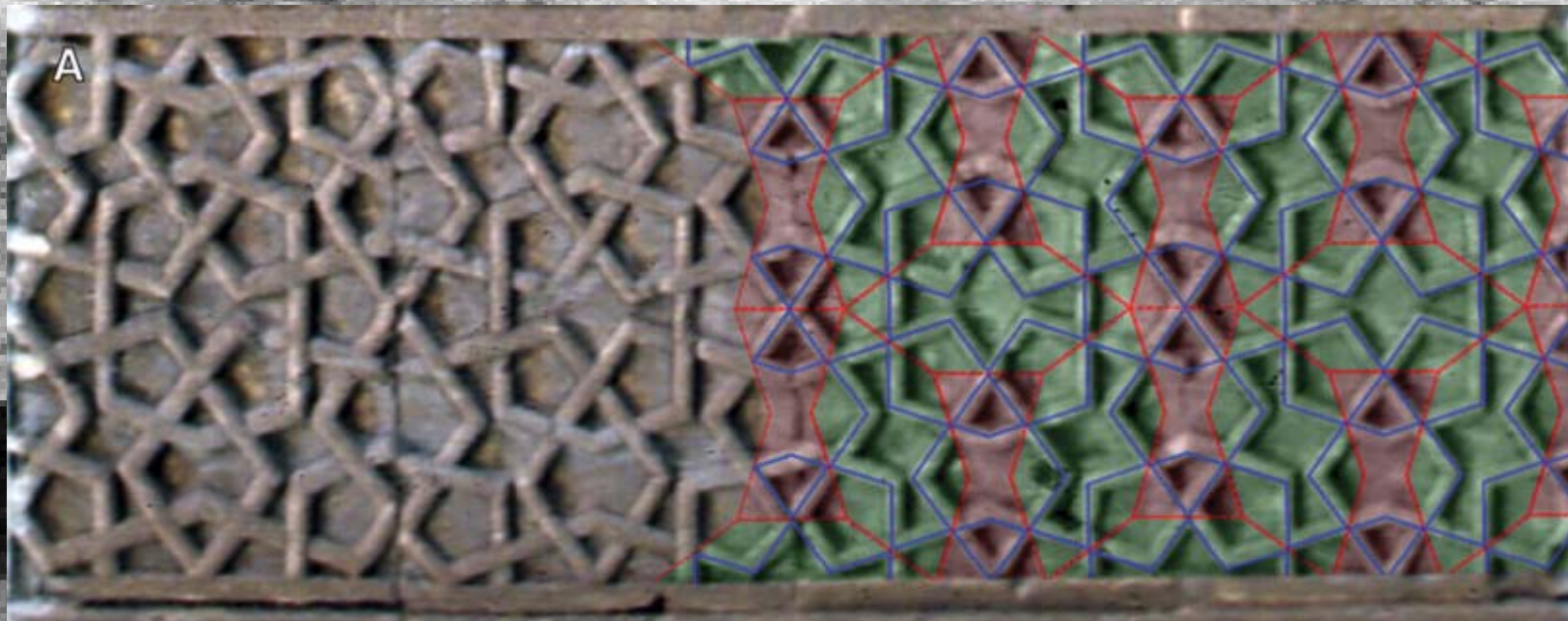


Conjunt de patrons repetitius: decàgon, pentàgon, hexàgon, corbatí i rombe.



Panel 28 del pergamí de Topkapi.

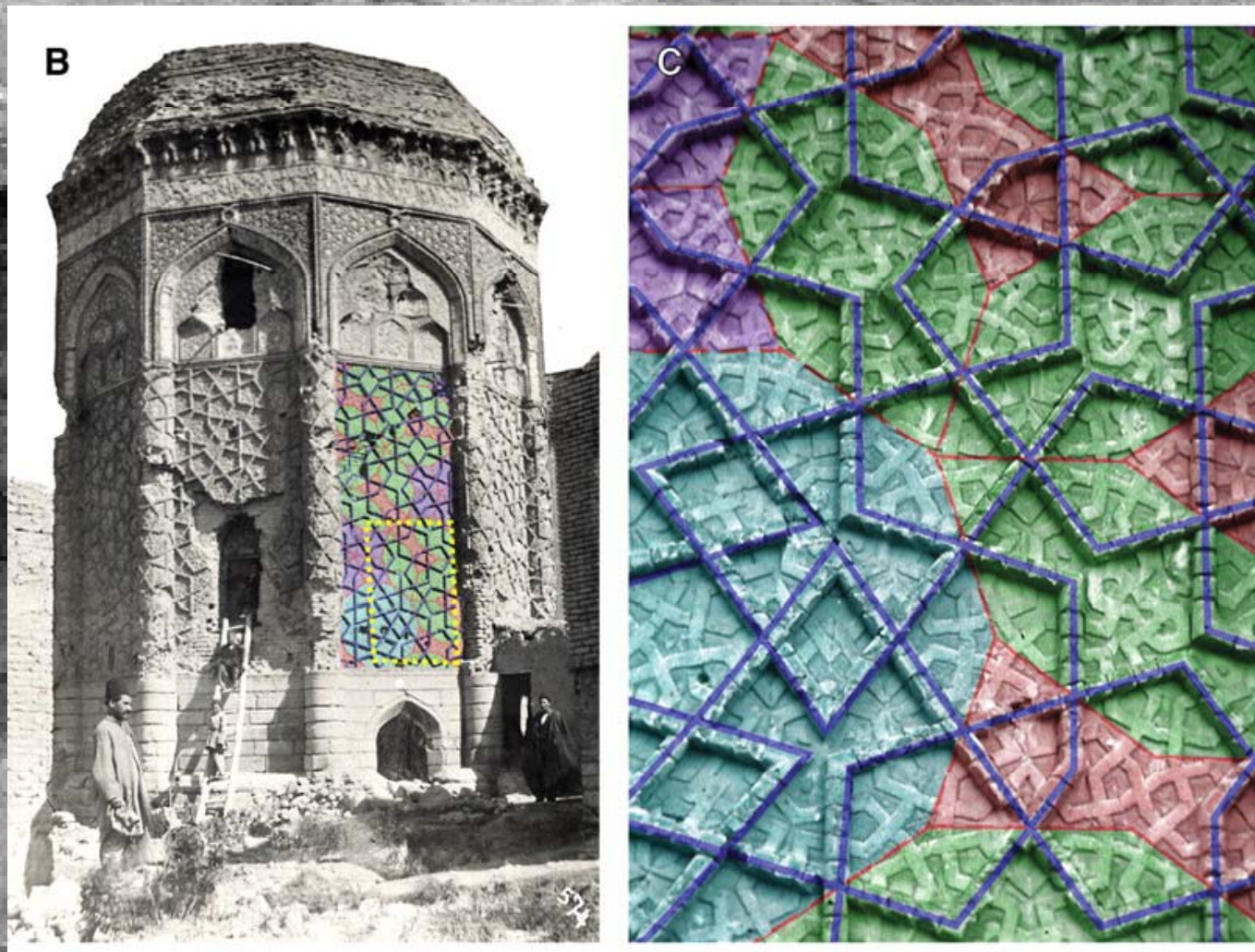
Superposició dels motius sobre les línies de tinta.



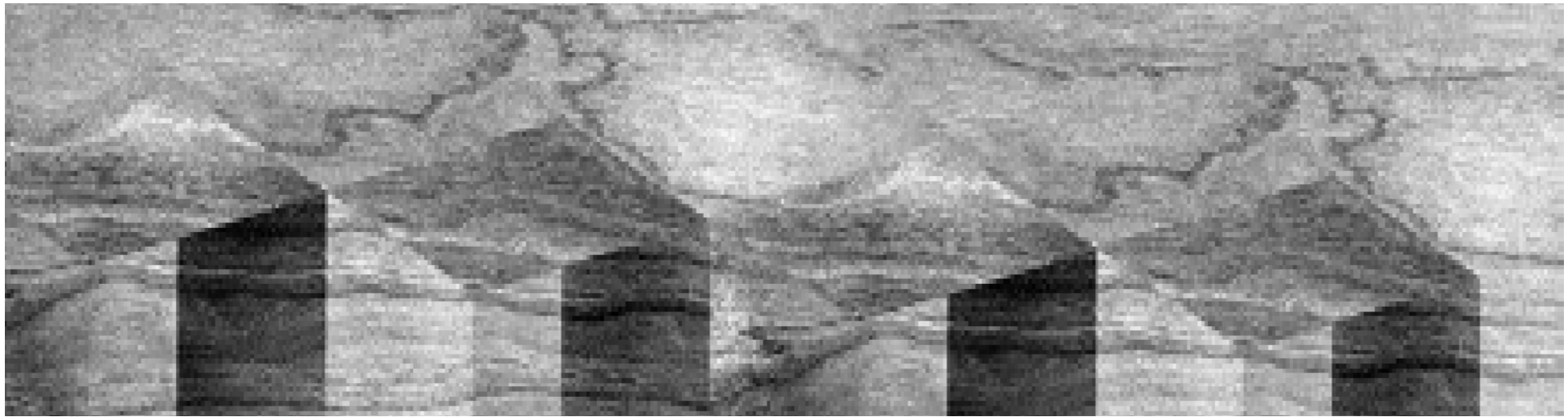
Mosaïc del mausoleu de Seljuk Mama Hatun a Tercan,
Turquia (1200 d.C).

Totes les línies son paral·leles als costats d'un pentàgon regular.

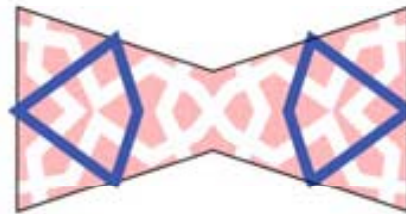
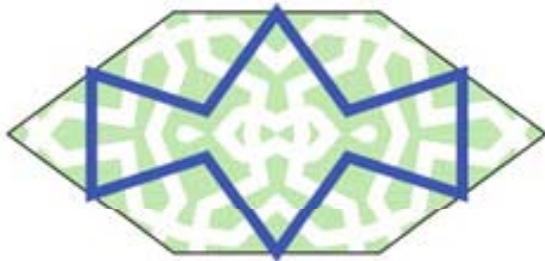
Es pot construir amb la superposició de hexàgons i corbatins.



Torre octogonal de la tomba de Gunbad-i Kabud a Maragha, Iran (1197 d.C.).
Superposició de la reconstrucció d'un dels panells.



D



Hexàgon, corbatí, i romb dels mosaics, en blanc es superposen amb maons petits un altre patró corresponent a una simetria binaria local.





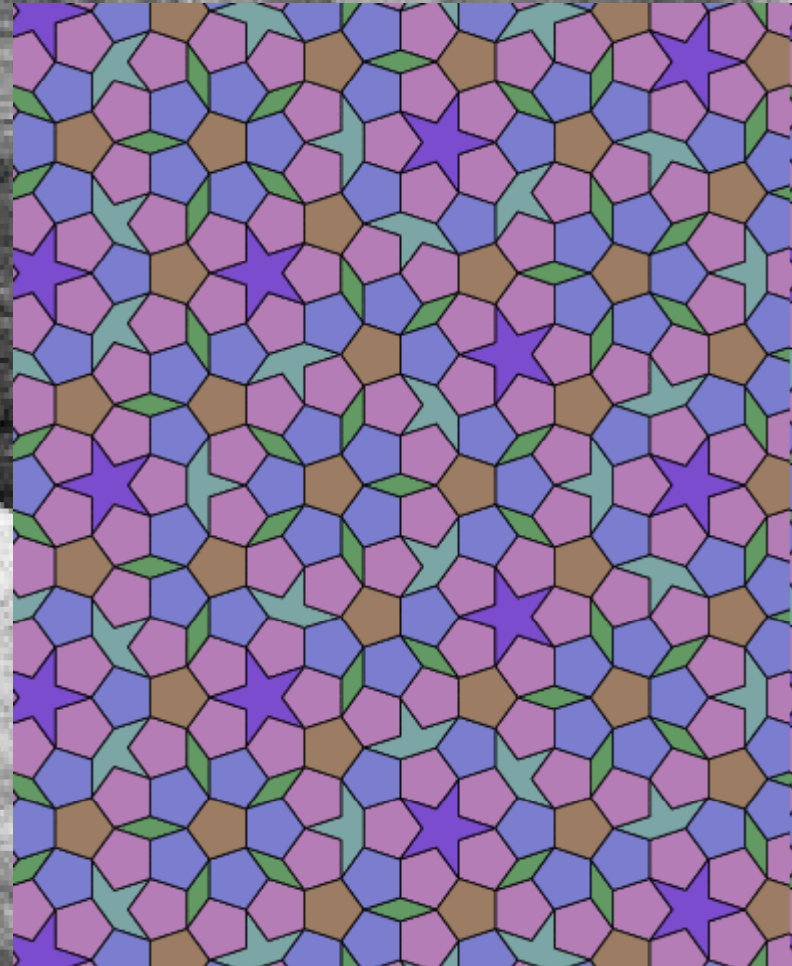
Roger Penrose, (Londres, 1931)

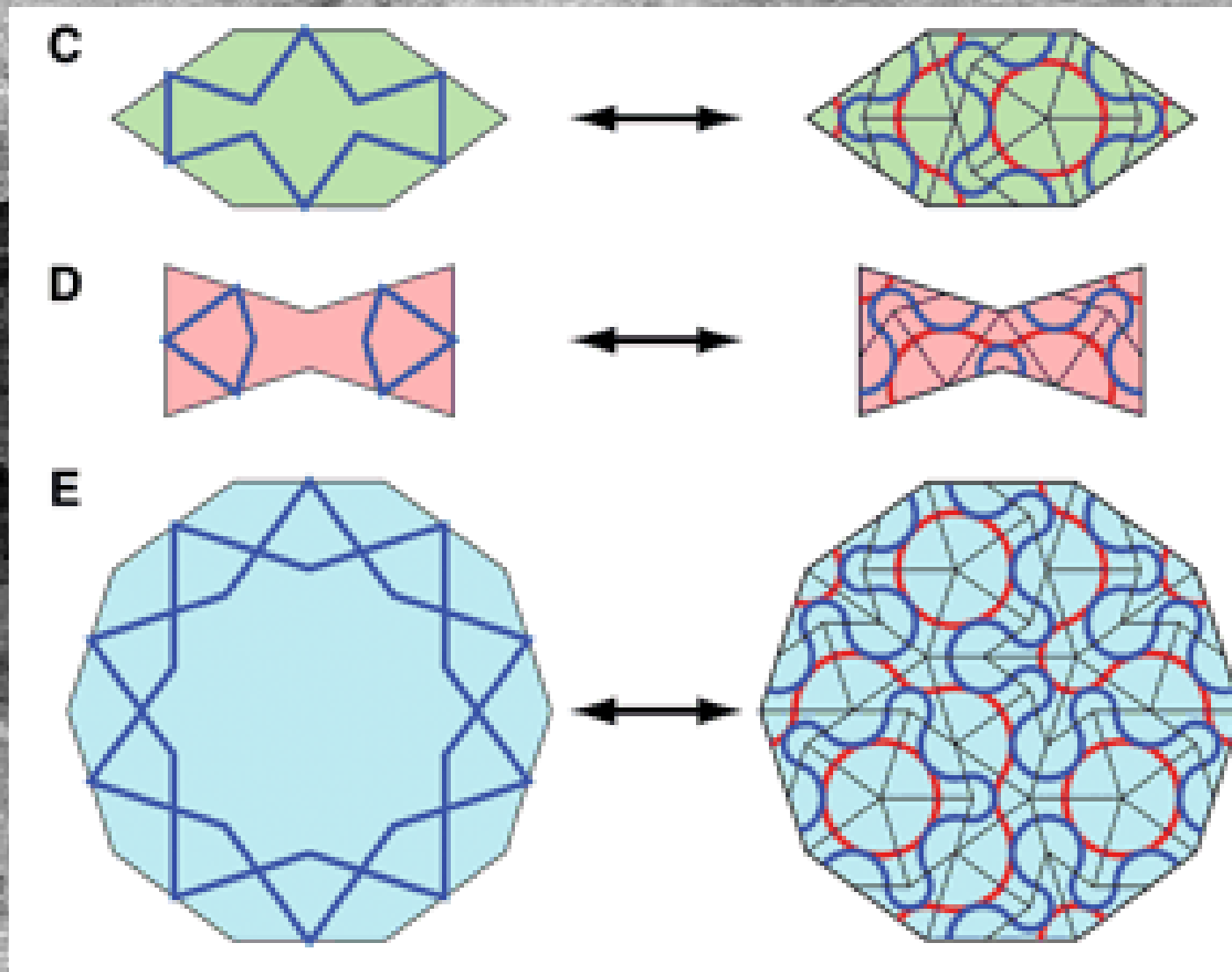
Teselació = Enrajolat

Periòdica o Regular (triangles, quadrats, hexàgons)

Aperiòdica

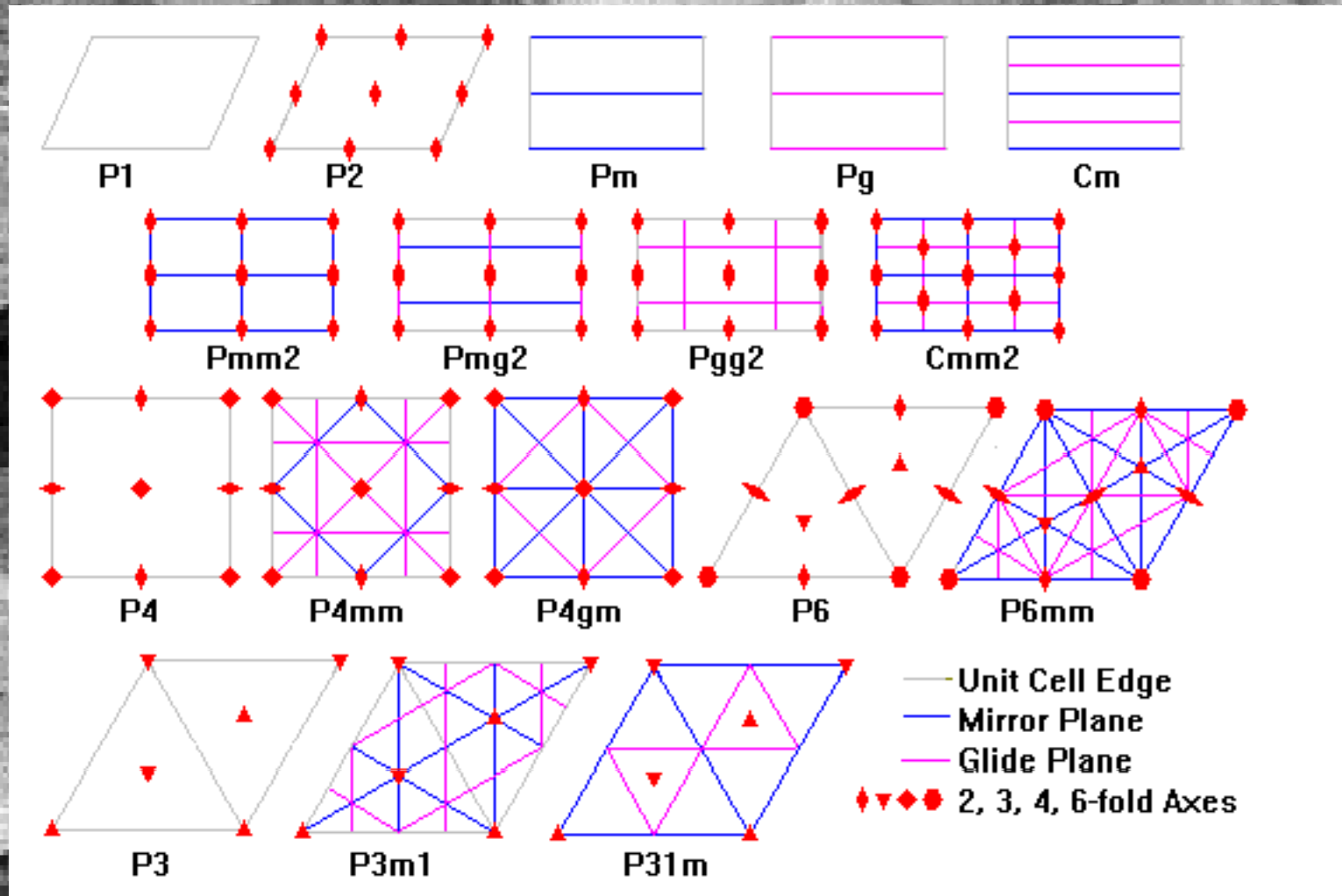
Si intentem omplir de rajoles un pla amb pentàgons regulars queden forats. R. Penrose va trobar una rajola en particular en que els forats es podien omplir amb altres formes : una estrella, un bot i un diamant.



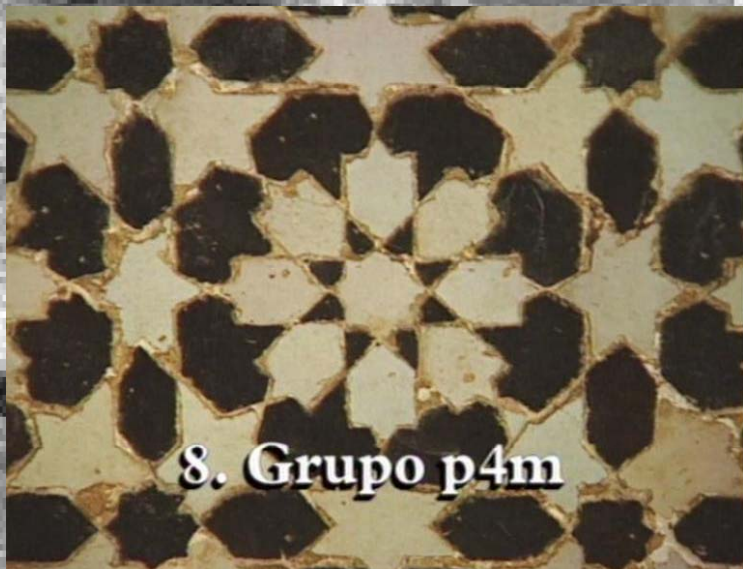


Trànsició entre rajoles girih i rajoles de Penrose per a un hexàgon (C), un corbatí (D) i un decàgon (E).

17 grups espacials de simetria en el pla. E.S.Fedorov (1853-1919)



Alhambra de Granada (segle XIV)



Teoria de Grups:

Un grup és una estructura algebraica que consta d'un conjunt juntament amb una operació que combina qualsevol parella dels seus elements per formar un tercer element.

Perquè es pugui qualificar com a grup, el conjunt i l'operació han de satisfer els axiomes del grup:

- tenir la propietat associativa
- tenir l'element d'identitat
- tenir l'element invers

Els grups comparteixen un parentiu fonamental amb la noció de simetria. Un grup de simetria codifica les característiques de simetria d'un objecte geomètric: consisteix en un conjunt de transformacions que deixen inalterat l'objecte, i l'operació de combinar dues d'aquestes transformacions realitzant-ne una després de l'altre.